Prodotti notevoli

E' necessario conoscere a memoria , alcuni prodotti di polinomi chiamati <u>prodotti notevoli</u>, i quali per il loro uso frequente, hanno grande importanza.
Le lettere a, b, c, usate nei prodotti notevoli, fanno da modello; e indicano ciascuna un qualsiasi monomio.

1) Quadrato di un binomio

a) Il quadrato di un binomio, somma di due monomi, è uguale al quadrato del primo termine, più il doppio prodotto del primo per il secondo, più il quadrato del secondo.

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

infatti eseguendo i calcoli e riducendo a termini simili:

$$(a+b)^2 = (a+b)\cdot(a+b) = a\cdot a + a\cdot b + a\cdot b + b\cdot b =$$
$$= a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

b) Il quadrato di un binomio, differenza di due monomi, è uguale al quadrato del primo termine, meno il doppio prodotto del primo per il secondo, più il quadrato del secondo.

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

infatti eseguendo i calcoli e riducendo a termini simili:

$$(a-b)^2 = (a-b)\cdot(a-b) = a\cdot a + a\cdot(-b) - b\cdot(+a) - b\cdot(-b) =$$
$$= a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

2) Quadrato di un trinomio

Il quadrato di un trinomio è uguale alla somma dei quadrati dei singoli termini, più i doppi prodotti di ciascun termine per quelli che seguono.

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

infatti eseguendo i calcoli e riducendo in termini simili

$$(a+b+c)\cdot(a+b+c) = a^2 + ab + ac + ab + b^2 + bc + ac + bc + c^2 =$$
$$= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2b$$

3) Prodotto della somma di due monomi per la loro differenza

Il prodotto della somma di due monomi per la loro differenza è uguale al quadrato del primo monomio meno il quadrato del secondo.

$$(a+b)\cdot(a-b) = a^2 - b^2$$

infatti:

$(a+b)\cdot(a-b)=a^2-ab+ab-b^2=a^2-b^2$

4) Cubo di un binomio

a) Il cubo di un binomio, somma di due monomi, è uguale al cubo del primo termine più il triplo prodotto del quadrato del primo per il secondo, più il triplo prodotto del primo per il quadrato del secondo, più il cubo del secondo

$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

infatti

$(a+b)^2\cdot(a+b)=(a^2+2ab+b^2)\cdot(a+b)=$
$=a^3+a^2b+2a^2b+2ab^2+ab^2+b^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

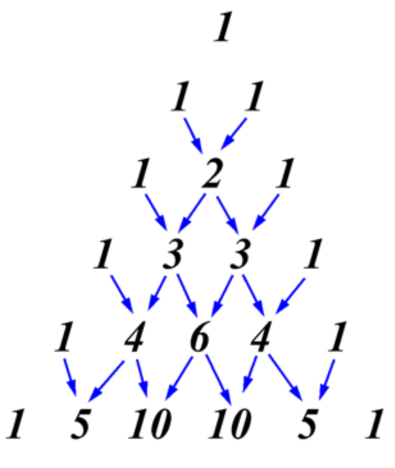
b) Il cubo di un binomio, differenza di due monomi, è uguale al cubo del primo termine <u>meno</u> il triplo prodotto del quadrato del primo per il secondo, più il triplo prodotto del primo per il quadrato del secondo, <u>meno</u> il cubo del secondo

$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

infatti

$(a-b)^2\cdot(a-b)=(a^2-2ab+b^2)\cdot(a-b)=$
$=a^3-a^2b-2a^2b+2ab^2+ab^2-b^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

Potenze successive di un binomio



Lo sviluppo di $(a+b)^n$ con n intero positivo, è un polinomio <u>omogeneo</u> e <u>completo</u> di grado n, ordinato secondo potenze decrescenti di a e crescenti di b.
I coefficienti dei successivi sviluppi, possono essere ottenuti da uno schema ideato nel 1635 dal filosofo matematico Blaise Pascal.
Il triangolo di Pascal, dove ogni numero diverso da 1 è pari alla somma dei due numeri che gli stanno sopra.

si trae la seguente regola pratica

$(a+b)^0=1$
$(a+b)^1=a+b$
$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$
$(a+b)^4=a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$
$(a+b)^5=a^5+5a^4b+10a^3b^2+10a^2b^3+5ab^4+b^5$